



Artículo

Propuesta didáctica para la comprensión del concepto de fracción desde la perspectiva fractal

Didactical Proposal For The Understanding Of The Concept Of Fraction From The Fractal Perspective

Javier Orlando Ballén Novoa*

Wilson Ferney Pinzón Bernal**



Resumen

Durante el proceso académico de los estudiantes de primer semestre de administración de empresas se ha logrado evidenciar múltiples falencias en las nociones de su formación básica, uno de ellos el concepto de fracción. La unidad de Ciencias Básicas del Centro Regional Zipaquirá de la Corporación Universitaria Minuto de Dios, ha diseñado, implementado y analizado una propuesta didáctica de enseñanza basada en la teoría de Ron Ritchhart, Mark Church y Karin Morrison, con base en las llamadas “Rutinas de Pensamiento”. La propuesta busca contribuir en la comprensión de la noción de fracción utilizando como eje central, la geometría fractal, a partir de un proceso investigativo de corte exploratorio – Experimental. Los resultados del post-test son favorables y dependientes con el diagnóstico inicial, según lo corrobora un test de comparación de muestras pareadas y una distribución T-student de los puntos de dispersión relacionadas con las respuestas dadas por los estudiantes en ambas pruebas. Además, los resultados obtenidos en la prueba final, demuestran una

** Magister. Corporación Universitaria Minuto de Dios - UNIMINUTO. Zipaquirá, Colombia. ORCID. <https://orcid.org/0000-0003-4600-2653>. Email. jballennova@uniminuto.edu.co. Google académico. <http://scholar.google.es/citations?user=gHF2-FQAAAAJ&hl=es>

*** Magister. Corporación Universitaria Minuto de Dios - UNIMINUTO. Zipaquirá, Colombia. ORCID. <https://orcid.org/0000-0002-6803-7323>. Email. wilson.pinzon@uniminuto.edu.co. Google académico. <https://scholar.google.com/citations?user=j2dHssgAAAAJ&hl=es>

Sinergias educativas

Julio – diciembre Vol. 5 – 2 2020

<http://sinergiaseducativas.mx/index.php/revista/>

eISSN: 2661-6661

revistasinergia@soyuo.mx

Pag 376 - 384

Recibido: 23 de abril 2019

Aprobado: 19 de octubre 2019

efectividad en el asertividad de los estudiantes, lo cual indica un desarrollo positivo en la comprensión del tema tratado.

Palabras clave: fracción, Geometría Fractal, Rutinas de Pensamiento, Propuesta Didáctica, Zipaquirá

Abstract

During the academic process of the first semester business administration students, it has been possible to show multiple shortcomings in the notions of their basic training, one of them the concept of fraction. The Basic Sciences unit of the Zipaquirá Regional Center of UNIMINUTO has designed, implemented and analyzed a teaching proposal based on the theory of Ron Ritchhart, Mark Church and Karin Morrison, based on the so-called "Thought Routines". The proposal seeks to contribute to the understanding of the notion of fraction using fractal geometry as the central axis, from an exploratory-experimental investigative process. The post-test results are favorable and dependent on the initial diagnosis, as corroborated by a paired samples comparison test and a T-student distribution of the dispersion points related to the answers given by the students in both tests. In addition, the results obtained in the final test demonstrate an effectiveness in the assertiveness of the students, which indicates a positive development in the understanding of the topic covered.

Key words: fraction, Fractal Geometry, Thinking Routines, Didactic Proposal, Zipaquirá.

Introducción

Una de las grandes dificultades que presentan las universidades hoy en día es la falta de preparación inicial que tienen los estudiantes al ingresar a las diferentes carreras universitarias. Los conocimientos previos que poseen los estudiantes primerizos, no cumplen las expectativas mínimas que exigen cada una de las asignaturas que integran los planes de estudio en los primeros semestres académicos. Por esta razón, se ha generado un retroceso en el desarrollo curricular de las mismas, debido a la nivelación que se realiza producto de las deficiencias iniciales (Rodríguez, 2011, p.45)

De esta manera, el campo educativo ha tenido la obligación de desarrollar nuevas técnicas y herramientas que contribuyan a la comprensión conceptual (Campos, 2020, p.54). Ron Ritchhart, Mark Church y Karin Morrison, proponen en su artículo titulado "hacer visible el pensamiento" diversos ejemplos de enseñanza tomados de situaciones reales en clase, que le permiten al estudiante explorar, sintetizar, organizar y profundizar ideas (Ritchhart, 2011, p.11).

Uno de los resultados más representativos que se logró evidenciar a través del pretest o prueba diagnóstica es la incapacidad que tiene el

estudiante en explorar ideas y preconceptos, llevándolo a cometer errores de entrada producto de la falta de conocimiento práctico y aplicativo que tienen diversos conceptos en forma general.

Por tanto, como propuesta de enseñanza se ha decidido diseñar, implementar y analizar una secuencia didáctica fundamentada en la primera fase del paradigma planteado por Richtmann, acerca de la exploración y presentación de ideas (Ritchhart, 2011, p.13), en torno a un tema fundamental en la educación inicial matemática, como son los números fraccionarios.

La secuencia didáctica utiliza como eje central el concepto de fractal definido como un objeto geométrico de dimensión fragmentada que posee autosimilaridad (Dehouve, 2017, p.131). Los fractales son figuras abstractas que se pueden ver reflejadas en diversas representaciones naturales y mediante el cual puede utilizarse como puente para la comprensión de los números fraccionarios. Es demostrable que cuando un estudiante logra relacionar un concepto con el medio que lo rodea, le permite agilizar el proceso de comprensión conceptual, dándole argumentos sólidos que lo inducen a generar un espacio de exploración, creación y análisis (Ciliberti, 1999, p.17)

El método propuesto por Richtmann, “Haciendo visible el pensamiento”, busca la comprensión del conocimiento, a través de experiencias prácticas basadas en la crítica, la reflexión, la creatividad y la capacidad de asombro en los estudiantes (Gholam, 2017, p.14). Este tipo de metodología permite la generación de nuevas ideas y promueve la participación activa del estudiante, a partir de 21 estrategias de trabajo autónomo y dirigido llamadas rutinas de pensamiento, subdividido en tres grandes ramas: presentación y exploración de ideas, síntesis y organización de ideas y profundización de ideas (Ritchhart, 2011, p.13).

El concepto de fractal surge del descubrimiento de Riemann y Weierstrass acerca del concepto de función continua sin derivada. Este concepto sirve como modelo para explicar la complejidad de la naturaleza, según lo describe Benoit B. Mandelbrot (1977-1982) en uno de sus artículos más reconocidos (Mandelbrot, 1983, p.9)

Los fractales son objetos geométricos de dimensión fraccionaria que se caracterizan por su autosimilaridad, irregularidad, dimensión fraccionada, área finita y perímetro infinito (Hristov, 2018, p.105).

La representación geométrica de un fractal se realiza mediante iteraciones de un patrón fijo (Mandelbrot, 1967, p.636), entre los que

se destacan la curva de Koch y el triángulo de Sierpinsky (Roldughin, 2003, p.824). La curva de Koch o copo de nieve inicia con un segmento lineal, el cual se divide en tres segmentos de la misma longitud, de los cuales se extrae el central y se reemplaza por dos segmentos de igual longitud, formando un ángulo de 60 grados. Este proceso se repite indefinidamente en cada uno de los segmentos (Dehouve, 2017, p.133).

Materiales y métodos

El proceso metodológico llevado a cabo es de tipo exploratorio semiexperimental. La propuesta se aplicó a una muestra de 25 estudiantes entre los 17 y 30 años de edad de primer semestre de administración de empresas con el fin de explorar los conceptos de fracción, adición y sustracción de números fraccionarios. La propuesta duró nueve horas repartidas en tres sesiones iguales, subdivididas en siete rutinas de pensamiento:

1. Mirar, pensar y preguntarse: En esta rutina de pensamiento los alumnos fomentan la reflexión y el aprendizaje de cuestionamiento a través de la interpretación de ayudas audiovisuales. Para esta rutina, se les proyecta un video del Phd. Eduardo Saenz de Cabezón acerca del concepto de fractal y su relación con la naturaleza. Como fuente de retroalimentación los estudiantes realizan un collage de palabras claves y luego es socializado públicamente.

2. Focalizar: En esta rutina el estudiante describe, analiza, conjetura y readapta información nueva a través del análisis de un objeto, mediante un proceso guiado y coherente. Para la realización de esta rutina, el estudiante sigue el paso a paso en el diseño y creación del fractal de Sierpinsky, mediante un videoclip guiado. Al finalizar la actividad, los estudiantes destacan públicamente características en cuanto a su forma, tamaño y dimensión.

3. Pensar, preguntarse y explorar: En esta fase el estudiante explora, se cuestiona y piensa a través de experiencias prácticas y teóricas respecto a un tema en específico. Para esta sesión los estudiantes construyen un fractal a partir de varias iteraciones (Conjunto de Cantor), analizando los cambios de área y perímetro a lo largo del proceso. Luego, construyen el triángulo de Sierpinsky con palillos de madera, identificando en cada iteración, porciones divididas, autosimilaridad y dimensión fragmentada.

4. Charla y Pizarra: En esta rutina el estudiante plasma sus ideas en el tablero, de forma libre y autónoma. Aquí el aprendiz relaciona el concepto de fracción con las iteraciones generadas tras la construcción del triángulo de Sierpinky, identificando las operaciones básicas a través de diversas preguntas.

5. Tres, dos, uno, relacionar: En esta etapa los estudiantes realizan una comparación crítica entre lo aprendido y lo escuchado previamente. Esta fase resulta crucial para el aprendizaje del estudiante porque le permite relacionar el trabajo previo con el concepto de fracción, mediante el análisis de un videoclip acerca de los números fraccionarios y sus operadores básicas.

6. Puntos Cardinales: En esta rutina el estudiante discute sobre las necesidades de un tema, pensando de manera crítica sobre nociones del tema en cuestión. Aquí los estudiantes conforman grupos de trabajo y realizan un infograma estructurado “EONS”, de forma tal que escriban lo que les entusiasmó bajo la letra E, lo que les obsesionó, bajo la O, su necesidad de mayor información bajo la letra N y sus sugerencias bajo la letra S.

7. El juego de las explicaciones: Finalmente en esta etapa los estudiantes reflexionan en torno a un objeto. Para ello, diseñaron su propio fractal siguiendo un patrón propio. Durante el proceso de creación, el estudiante identificó, describió y analizó las variables involucradas, relacionándolos con los conceptos vistos a lo largo del taller.

Resultados

Los resultados del diagnóstico evidencian dos situaciones, por un lado, el desconocimiento total del tema respectivo, al dejar en blanco el espacio dispuesto para cada respuesta y por otro lado la multiplicidad de errores, entre los que figuran, la falta de análisis lógico en diversas situaciones cuantitativas, dificultades procedimentales relacionadas con la simplificación de fracciones, operaciones básicas entre otros. Aunque hay estudiantes que contestan correctamente, se observa una tendencia a cometer errores, ya que existen falencias en conceptos básicos como el reconocimiento de los conjuntos numéricos fundamentales. Además, se desconocen reglas, axiomas y propiedades que gobiernan la coherencia abstracta numérica, llevando al estudiante a aumentar la probabilidad de cometer un error a lo largo del proceso matemático.

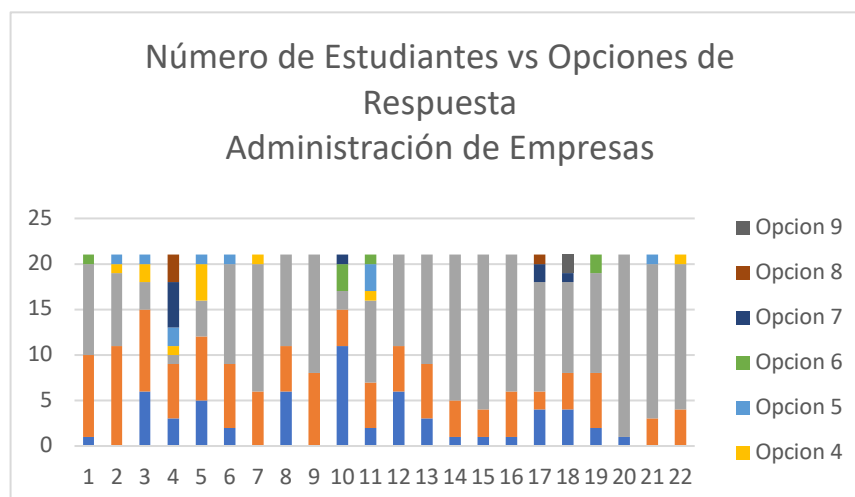


Figura. 1: Resultados del diagnóstico: Número de estudiantes vs Preguntas. El color representa las opciones de respuesta. Azul (Correcta), Naranja (Incorrecta), Gris (No responde), Demás colores (Opciones alternativas).

Para la evaluación de la viabilidad de la propuesta, se practicó un post test de cuatro preguntas. De la pregunta No. 1, relacionada con la representación gráfica de fracciones se tiene que el 71% de los estudiantes contestaron correctamente al enunciado y el resto incorrectamente, este último es debido a que no se tuvo en cuenta el tamaño de las particiones. En cuanto a la pregunta No 2, se indaga el operador suma, obteniendo un 41,7% de aciertos, un 20,8% en blanco, y un 37,5% de desaciertos. En la tercera pregunta, respecto al concepto de fracción equivalente, el 38% de los estudiantes contestó correctamente, el 29% malinterpretó el cuestionamiento inicial, el 8% no respondió y en el 25% hubo múltiples errores. Finalmente, en la última pregunta, se analiza el concepto de área y perímetro fractal, donde el 45,8% de los estudiantes contestaron correctamente y el 54,2% cometieron múltiples errores, este último debido al mal conteo de las particiones.

Según los resultados obtenidos, se observa que el estudiante identifica gráficamente el concepto de fracción equivalente, pero no logra determinar la fracción correspondiente. Por otro lado, se puede evidenciar que el 75% de los estudiantes no logran completar correctamente la secuencia respecto al cuadrado de Cantor en la pregunta No 4, aunque identifican la minimización del área y la

amplificación sucesiva de la sección transversal del fractal, a lo largo de las múltiples iteraciones.

Se analizó la correlación entre los resultados obtenidos en el Pre test y el Post test, mediante un test de comparación de medias poblacionales dependientes a través del entorno R versión 3.6.0 y una distribución de probabilidad T-Student, para identificar el intervalo de confianza de los datos obtenidos.

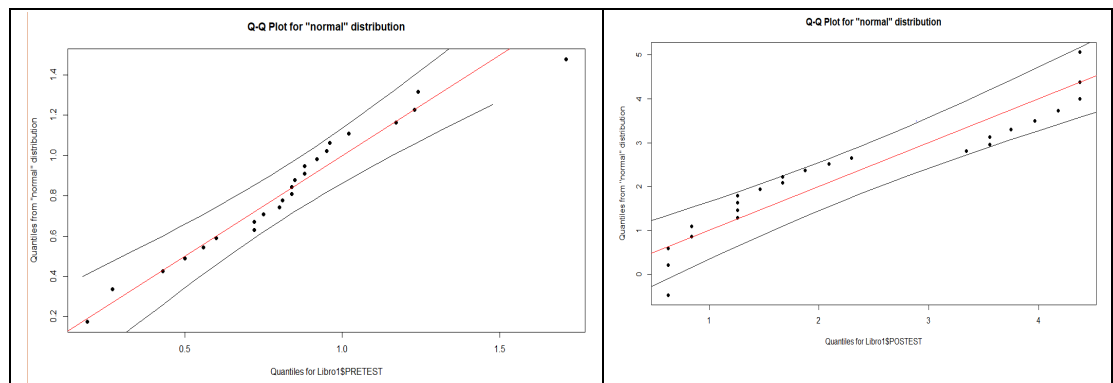


Figura. 2: Visualización del test por comparación de medias poblacionales apareadas.

Efectivamente, existe una relación entre las observaciones de las muestras, ya que los resultados obtenidos por ambos cuestionarios se generaron a partir de los mismos individuos bajo condiciones distintas. Según el test de comparación, la distribución es normal, condición que se visualiza en los qqplot de la Fig No 3, ya que los puntos de dispersión se encuentran contenidos dentro de la banda de confianza.

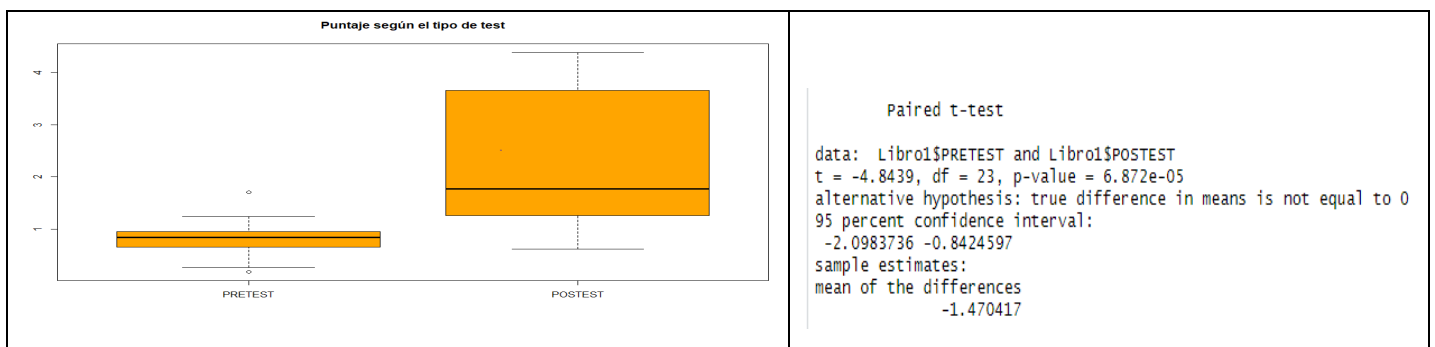


Figura 3: Representación gráfica de la distribución de probabilidad T-Student.

Finalmente, la distribución T-Student arroja como resultado la existencia de una diferencia significativa entre ambos resultados, siendo los del post test los de menos dispersión con respecto a la banda de aserción, mostrando así, que hubo un desarrollo favorable en los conceptos evaluados, siendo el intervalo de confianza al 95% menor que 0.

Conclusiones

Los resultados obtenidos en el post test son favorables porque se logra evidenciar un desarrollo en la comprensión del concepto de fracción, tras la implementación de una propuesta didáctica de tipo exploratoria. Con respecto al trabajo en cuestión, se logró evidenciar mediante una distribución de probabilidad T-Student y un test de comparación de medias pareadas que la correlación entre la prueba diagnóstica y el post test es de tipo dependiente y que esta última posee puntos con baja dispersión, respecto a la curva de asertividad. Este tipo de metodologías de corte transdisciplinar le permite al estudiante interpretar, analizar y aplicar conceptos teóricos abstractos, con el fin de generar estructuras basadas en la comprensión conceptual.

Referencias

- Campos, F. D. C. (2020, 28 abril). Rutinas de pensamiento: Un proceso innovador en la enseñanza de la Matemática | Revista Andina de Educación. *Revista Andina de Educación*. Recuperado de <https://revistas.uasb.edu.ec>
- Ciliberti, N. (1999, 15 junio). Las redes conceptuales como instrumento para evaluar el nivel de aprendizaje conceptual de los alumnos. *Dipòsit Digital de Documents de la UAB*. Recuperado de <https://ddd.uab.cat>
- Dehouve, D. (2017, abril). El fractal: ¿una noción útil para la antropología americanista? *Scielo*. Recuperado de <http://www.scielo.org.mx>
- Gholam, A. (2017). Application of Visual Thinking Technique to Improve Students' Critical Thinking Skills |KnE Social Sciences. *Journal of Inquiry & Action in Education*, 9(1). Recuperado de <https://knepublishing.com>

- Hristov, J. (2018, 13 abril). The Craft of Fractional Modeling in Science and Engineering 2017. *MDPI*. Recuperado de <https://www.mdpi.com>
- Mandelbrot, B. (1967, 5 mayo). How Long Is the Coast of Britain? Statistical Self-Similarity and Fractional Dimension. *Science*. Recuperado de <https://science.sciencemag.org>
- Mandelbrot, B. B., & W.H. Freeman and Company. (1983). *The Fractal Geometry of Nature*. New York, Estados Unidos: Henry Holt and Company.
- Ritchhart, R., Church, M., & Morrison, K. (2011). *Making Thinking Visible*. Hoboken, NJ, Estados Unidos: Wiley.
- Rodríguez, M. A. (2011, 15 junio). Calidad de la educación superior en Colombia, ¿problema de compromiso colectivo? | Revista Educación y Desarrollo Social. *Revista Educación y Desarrollo Social*. Recuperado de <https://revistas.unimilitar.edu.co>
- Roldughin, V. I. (2003, 17 diciembre). Fractal structures in disperse systems. *Russian Chemical Reviews (RSC Publishing)*. Recuperado de <https://pubs.rsc.org>